Istituzioni di Matematiche I per Geologi; Docente: C. van der Mee; Scritto Generale: 5-6-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(5,4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione

$$2x + 3y = 7.$$

2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}.$$

3. Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \\ x - 2y - 2z = 2 \\ 3x + 4y \qquad = 1, \end{cases}$$

scrivendolo prima in forma matriziale.

4. Classificare la quadrica di equazione

$$x^2 + 4xy + y^2 + 2x = 3.$$

5. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n^2 + \operatorname{sen}(n)}{2n^2 + 1}.$$

6. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(3x)}{\operatorname{sen}(2x^2)}.$$

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:

$$f(x) = 2(x^2 - 5x + 6)^2.$$

8. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{-3x + 2}{x^2 - 5x + 6}\, dx.$$

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(-3,2)$ ed è ortogonale alla retta di equazione

$$-3x + 2y = 9.$$

2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

3. Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 3 \\ 3x - 4y \qquad = -1, \end{cases}$$

scrivendolo prima in forma matriziale.

4. Classificare la quadrica di equazione
$$2x^2 + 4xy + y^2 = 9.$$
5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2n^2 + 1 - \cos(2n)}{n^2 + 2}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg}(3x^2)}{1 - \cos(5x)}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = -(x^2 + 2x - 3)^2.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_{-1}^{0} \frac{-5x + 6}{x^2 - 3x + 2}\, dx.$$

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(4, -5)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$3x + 4y = 11.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y - 2z = 4 \\ x + 5y = -3, \end{cases}$$
scrivendolo prima in forma matriziale.
4. Classificare la quadrica di equazione
$$4x^2 + 2xy + y^2 + 2x = 9.$$
5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2 + \operatorname{sen}(2n)}{3n^2 + n}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{sen}^2(3x)}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = 3(x^2 + 4x - 5)^2.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_{-2}^{0} \frac{-4x + 3}{x^2 + 4x - 5}\, dx.$$

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(2,6)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$4x-3y=5.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A=\begin{bmatrix}8 & 7\\ 6 & 5\end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases}2x-3y+2z=1\\ x-2y-z=3\\ 4x+3y\qquad=-2,\end{cases}$$
4. Classificare la quadrica di equazione
$$x^2-4xy+y^2+2y=3,$$
scrivendolo prima in forma matriziale.
5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2-\cos(n)}{n^2+1}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}^2(5x)}{1-\cos(4x)}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x)=-2(x^2-7x+6)^2.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_{-2}^{0}\frac{4x-5}{x^2-4x+3}\,dx.$$

Scritto Generale: 24-6-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(5,-4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$2x-3y+7=0.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A=\begin{bmatrix}-5 & 6\\ -7 & 8\end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases}2x+3y+z=3\\ x-2y-2z=-2\\ 5x+4y\qquad=4.\end{cases}$$
4. Classificare la quadrica di equazione
$$x^2+4y^2+2x=3.$$

5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4n^2 + \operatorname{sen}^2(n)}{n^2+1}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{3x}}{\operatorname{sen}(2x)}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = x\, e^{-2x^2}.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^2 \frac{-3x+2}{x^2-6x+9}\, dx.$$

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(-3, 4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$3x + 2y + 4 = 0.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = -3 \\ 4x + 5y \qquad = 5. \end{cases}$$
4. Classificare la quadrica di equazione
$$4x^2 + y^2 - 6y = 16.$$
5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2n^2 + \cos^2(n)}{n^2+1}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(5x)}{1-e^{5x}}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = x\, e^{-2x^2}.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^1 \frac{-5x+6}{x^2-4x+4}\, dx.$$

Scritto Generale: 17-7-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(0,-4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione

$$5x-3y=10.$$

2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice

$$A=\begin{bmatrix}-5 & 5\\ -7 & 9\end{bmatrix}.$$

3. Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x+3y+\ \ z=1\\ x-2y-2z=2\\ x+4y \qquad\ =3.\end{cases}$$

4. Classificare la quadrica di equazione

$$x^2-4y^2+2x=3.$$

5. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{\operatorname{tg}(2^{-n})-4n^2}{n^2+11}.$$

6. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-e^{x^2}}{x\operatorname{tg}(2x)}.$$

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:

$$f(x)=\frac{2x}{x^2+1}.$$

8. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^2 x\,e^{-2x}\,dx.$$

Scritto Generale: 18-9-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(2,-7)$ ed è ortogonale alla retta di equazione

$$-5x-4y=12.$$

2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice

$$A=\begin{bmatrix}-3 & 15\\ -1 & 5\end{bmatrix}.$$

3. Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -2x+3y+\ \ z=11\\ x-y-z=3\\ x+4y \qquad\ =3.\end{cases}$$

4. Classificare la quadrica di equazione

$$x^2 + 4y^2 + 2x = 8.$$

5. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\mathrm{tg}\,(2^{-n}) - 5n^2}{2 + 3n^2}.$$

6. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - e^{-5x}}{\mathrm{senh}\,(2x)}.$$

P.S. Si ha $\mathrm{senh}\,(z) = \frac{1}{2}[e^z - e^{-z}]$.

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}.$$

8. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{2x + 1}{x^2 + 1}\,dx.$$

Scritto Generale: 26-10-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(3, -4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione

$$5x - 6y = 21.$$

2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}.$$

3. Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -3x + 4y + 2z = 12 \\ -3x - 2y - 2z = 4 \\ -2x + 5y \qquad\;\; = 4. \end{cases}$$

4. Classificare la quadrica di equazione

$$x^2 - 9y^2 + 18y = 8.$$

Tracciarne il grafico.

5. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{-n^2}{5 - 13n^2 + \mathrm{arctg}\,(n!)}.$$

6. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sen}\,(1 - e^{-5x})}{12x}.$$

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:

$$f(x) = 3x + \frac{1}{x^3}.$$

8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^{\pi} \cos^2(2x)\, dx.$$

Scritto Generale: 10-11-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(6, -4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$2x + 3y - 9 = 0.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 3 \\ x - 2y + z = -1 \\ x + y \qquad = -2. \end{cases}$$
4. Classificare la quadrica di equazione
$$x^2 + 4y^2 = 9.$$
5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{4n^2 + n + 2}{n^2 + 1}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^{-2x}}{\operatorname{sen}(3x)}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = 4x\, e^{-\frac{1}{2}x^2}.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^2 \frac{2x}{x^2 + 1}\, dx.$$

Scritto Generale: 27-11-1998

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(6, -4)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$3x + 5y - 7 = 0.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 9 & -6 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x - 2y + z = -3 \\ x + y \qquad = -1. \end{cases}$$

4. Classificare la quadrica di equazione
$$x^2 + 2x - 4y = 8.$$

5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{4n^2 + \sqrt{n}}{n^2 + 1 - \cos(n)}.$$

6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^{-2x}}{\operatorname{tg}(3x)}.$$

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\, dx.$$

Scritto Generale: 4-2-1999

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(3, -5)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$x + 15y - 6 = 0.$$

2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -7 & -6 \end{bmatrix}.$$

3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 3x - 3y + 2z = -3 \\ x - 2y + z = 3 \\ x + y \qquad = -9. \end{cases}$$

4. Classificare la conica di equazione
$$x^2 + 4y^2 + 2x - 8y = 31.$$

5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{14n^2 + \sqrt[3]{n}}{-2n^2 + \operatorname{arctg}(n^2 + 1)}.$$

6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^{-x^2}}{x \operatorname{sen}(x)}.$$

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = \frac{x}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}.$$

8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen}(3x)\, dx.$$

Scritto Generale: 17-2-1999

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(16,2)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$13x + y - 9 = 0.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 9 & -6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 2 \\ -x + 2y - z = -3 \\ x - y \qquad = -1. \end{cases}$$
4. Classificare la conica di equazione
$$x^2 + 8xy + 16y^2 = 1.$$
5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1 - 4n^2 + n}{n^2 + 1 - \operatorname{sen}(n)}.$$
6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^{2x}}{\operatorname{arctg}(x)}.$$
7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x} = x - 2 + \frac{1}{x}.$$
8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^2 \frac{2x-2}{x^2+4}\, dx.$$

Scritto Generale: 25-3-1999

1. Trovare l'equazione della retta che passa per il punto $(-6,5)$ ed è ortogonale alla retta di equazione
$$-3x + 11y - 9 = 0.$$
2. Calcolare il determinante e, se esiste, l'inversa della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 19 & -6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}.$$
3. Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 2 \\ -x + 2y - z = 4 \\ 2x \qquad + z = -1. \end{cases}$$
4. Classificare la conica di equazione
$$x^2 + 8xy + 25y^2 = 1.$$

5. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{14n^2 + 2n - \operatorname{arctg}(n+3)}{1-n^2}.$$

6. Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{x^2}}{x \operatorname{tg}(x)}.$$

7. Studiare la seguente funzione e tracciarne il grafico:
$$f(x) = \frac{x^2+1}{x}.$$

8. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^{2\pi} x \operatorname{sen}(2x)\, dx.$$