Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 1, 17.11.2007, **VERSIONE E**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Trovare $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ se A è il seguente insieme:[1]

   a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x - 6 < 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x-3| \leq 6\}$.

   b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq |x-3| < 5\}$.

2. Enunciare il binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{78}$. Trovare i coefficienti del polinomio $(1-2z)^{78}$ nei termini proporzionali a z ed a z^2.

3. Calcolare (o indicarne la non esistenza) dei limiti delle seguenti successioni:

   a) $a_n = \dfrac{5n-3}{2n}$ utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \left(\dfrac{n-2}{n}\right)^{n/2} \dfrac{5-3n^2}{2n^2+7n}$.

   c*) $a_n = \dfrac{7^{n+2} + 98n^5 + 2}{7^n + 2n^5}$. Inoltre, determinare se la successione è monotòna.

4. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+2x+6} - x\right)$.

   b) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{e^{x-3} - 1 + \operatorname{tg}(\pi x)}{(x^2-9)\ln(1+x)}$.

   c*) $\lim\limits_{x \to 0} (1+2x)^{1/\operatorname{sen}(3x)}$. Enunciare il teorema principale sull'esistenza di uno zero di una funzione continua che cambia segno su un intervallo.

---

[1] Se non esiste uno dei numeri $\max A$ e $\min A$, è da indicare.

5. Trovare tutti i valori dei parametri reali λ e μ per cui la seguente funzione $f : [-6, 6] \to \mathbb{R}$ è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 + \mu x, & x \in [-6, -3), \\ x, & x \in [-3, 1), \\ 7 - 3\mu x, & x \in [1, 6]. \end{cases}$$

6. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

   a) $f(x) = \ln(x^4 + 2x^2 + 1)$, $x_0 = -1$.

   b) $f(x) = x^x$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = (x^2 + 1)/x$.

   a) Determinare gli asintoti (verticali, orizzontali ed obliqui) della f.

   b) Calcolare $f'(x)$. Determinare i massimi e minimi della f.

   c) Calcolare $f''(x)$. Determinare gli intervalli di convessità e di concavità e i flessi della f.

   d) Tracciare il grafico della f.