Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 1, 17.11.2007, **VERSIONE A**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Trovare $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ se A è il seguente insieme:[1]

   a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 8x - 9 < 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 13| \leq 6\}$.

   b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 7 \leq |x - 4| < 9\}$.

2. Enunciare il binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{87}$. Trovare i coefficienti del polinomio $(1 - 3z)^{87}$ nei termini proporzionali a z ed a z^2.

3. Calcolare (o indicarne la non esistenza) dei limiti delle seguenti successioni:

   a) $a_n = \dfrac{2n+5}{3n}$ utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \left(\dfrac{n+3}{n}\right)^{2n} \dfrac{3n^2+5}{5n^2+7}$.

   c*) $a_n = \dfrac{7^{n+2} + 98n^5 - 3}{7^n + 2n^5}$. Inoltre, determinare se la successione è monotòna. Enunciare il teorema principale sull'esistenza del limite di una successione monotòna.

4. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 12x + 6} - x\right)$.

   b) $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{3^{x-3} - 1 + \operatorname{sen}(\pi x)}{(x^2 - 7x + 12)\ln(1 + 3x)}$.

   c*) $\displaystyle\lim_{x \to 0} (1 + 2\operatorname{sen}(x))^{\operatorname{cotg}(3x)}$.

5. Trovare tutti i valori dei parametri reali λ e μ per cui la seguente funzione $f : [-5, 5] \to \mathbb{R}$ è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 + \mu x, & x \in [-5, -2), \\ x, & x \in [-2, 3), \\ 7 - 3\mu x, & x \in [3, 5]. \end{cases}$$

[1] Se non esiste uno dei numeri $\max A$ e $\min A$, è da indicare.

6. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

   a) $f(x) = \ln(5x^4 - 3\,\mathrm{sen}(2\pi x))$, $x_0 = -1$.

   b) $f(x) = 3x^{4x\ln(x)}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = (x+1)\,e^{-x}$.

   a) Studiare il comportamento della f se $x \to \pm\infty$. In particolare, calcolare $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ se esistono.

   b) Calcolare $f'(x)$. Determinare i massimi e minimi della f.

   c) Calcolare $f''(x)$. Determinare gli intervalli di convessità e di concavità e i flessi della f.

   d) Tracciare il grafico della f.

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 1, 17.11.2007, **VERSIONE B**

Cognome e nome: .... Matricola: ·········

1. Trovare $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ se A è il seguente insieme:[2]

   a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5x - 6 \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 7| < 9\}$.

   b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 6 < |x - 5| \leq 8\}$.

2. Enunciare il binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{83}$. Trovare i coefficienti del polinomio $(1 + 2z)^{83}$ nei termini proporzionali a z ed a z^2.

3. Calcolare (o indicarne la non esistenza) dei limiti delle seguenti successioni:

   a) $a_n = \dfrac{3n + 2}{4n}$ utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \left(\dfrac{n + 2}{n}\right)^{5n} \dfrac{2n^2 + 7n}{5n^2 + 3}$.

   c*) $a_n = \dfrac{5^{n+2} + 75n^7 + 13}{5^n + 3n^7}$. Inoltre, determinare se la successione è monotòna. Enunciare il teorema principale sull'esistenza del limite di una successione monotòna.

4. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 10x + 4} - x\right)$.

   b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{5^{x-2} - 1 - \operatorname{sen}(\pi x)}{(x^2 - 7x + 10)\ln(1 + 2x)}$.

   c*) $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 2\operatorname{tg}(x))^{1/\operatorname{sen}(5x)}$.

5. Trovare tutti i valori dei parametri reali λ e μ per cui la seguente funzione $f : [-5, 5] \to \mathbb{R}$ è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 + \mu x, & x \in [-5, -3], \\ x, & x \in (-3, 2), \\ 5 - 2\mu x, & x \in [2, 5]. \end{cases}$$

[2] Se non esiste uno dei numeri $\max A$ e $\min A$, è da indicare.

6. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

   a) $f(x) = \ln(3x^6 - 3\,\mathrm{sen}(2\pi x))$, $x_0 = -1$.

   b) $f(x) = 6x^{3x\ln(x)}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = (x-2)\,e^{-x}$.

   a) Studiare il comportamento della f se $x \to \pm\infty$. In particolare, calcolare $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ se esistono.

   b) Calcolare $f'(x)$. Determinare i massimi e minimi della f.

   c) Calcolare $f''(x)$. Determinare gli intervalli di convessità e di concavità e i flessi della f.

   d) Tracciare il grafico della f.

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 1, 17.11.2007, **VERSIONE C**

Cognome e nome: .... Matricola: $\cdots\cdots\cdots$

1. Trovare $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ se A è il seguente insieme:[3]

   a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x - 8 < 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 10| < 5\}$.

   b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 8 \leq |x + 3| \leq 11\}$.

2. Enunciare il binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{77}$. Trovare i coefficienti del polinomio $(1 - 3z)^{77}$ nei termini proporzionali a z ed a z^2.

3. Calcolare (o indicarne la non esistenza) dei limiti delle seguenti successioni:

   a) $a_n = \dfrac{2n + 7}{5n}$ utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \left(\dfrac{n + 5}{n}\right)^{3n} \dfrac{8n^2 + 5}{3n^2 + 4n}$.

   c*) $a_n = \dfrac{6^{n+2} + 72n^7 - 2}{6^n + 2n^7}$. Inoltre, determinare se la successione è monotòna. Enunciare il teorema principale sull'esistenza del limite di una successione monotòna.

4. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 14x + 2} - x\right)$.

   b) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{3^{x+3} - 1 + \operatorname{sen}(2\pi x)}{(x^2 + 7x + 12)\ln(1 - 3x)}$.

   c*) $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 3\operatorname{tg}(x))^{\operatorname{cotg}(2x)}$.

5. Trovare tutti i valori dei parametri reali λ e μ per cui la seguente funzione $f : [-5, 5] \to \mathbb{R}$ è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 + \mu x, & x \in [-5, -2), \\ x, & x \in [-2, 4], \\ 6 + 2\mu x, & x \in (4, 5]. \end{cases}$$

[3] Se non esiste uno dei numeri $\max A$ e $\min A$, è da indicare.

6. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

   a) $f(x) = \ln(3x^7 + 3\,\mathrm{sen}(4\pi x))$, $x_0 = 1$.

   b) $f(x) = 5x^{4x\ln(x)}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = (x+2)\,e^x$.

   a) Studiare il comportamento della f se $x \to \pm\infty$. In particolare, calcolare $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ se esistono.

   b) Calcolare $f'(x)$. Determinare i massimi e minimi della f.

   c) Calcolare $f''(x)$. Determinare gli intervalli di convessità e di concavità e i flessi della f.

   d) Tracciare il grafico della f.

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 1, 17.11.2007, **VERSIONE D**

Cognome e nome: .... Matricola: ·········

1. Trovare $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ se A è il seguente insieme:[4]

   a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 7x - 8 \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 3| \leq 6\}$.

   b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 5 < |x + 4| < 9\}$.

2. Enunciare il binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{89}$. Trovare i coefficienti del polinomio $(1 + 2z)^{89}$ nei termini proporzionali a z ed a z^2.

3. Calcolare (o indicarne la non esistenza) dei limiti delle seguenti successioni:

   a) $a_n = \dfrac{3n + 5}{2n}$ utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \left(\dfrac{n + 3}{n}\right)^{5n} \dfrac{7n^2 + 8n}{2n^2 + 9}$.

   c*) $a_n = \dfrac{4^{n+2} + 32n^8 + 13}{4^n + 2n^8}$. Inoltre, determinare se la successione è monotòna. Enunciare il teorema principale sull'esistenza del limite di una successione monotòna.

4. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 12x + 8} - x\right)$.

   b) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2^{x+2} - 1 - 3\,\mathrm{sen}(\pi x)}{(x^2 + 6x + 8)\ln(1 - 2x)}$.

   c*) $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 2\,\mathrm{sen}(x))^{\mathrm{cotg}(5x)}$.

5. Trovare tutti i valori dei parametri reali λ e μ per cui la seguente funzione $f : [-5, 5] \to \mathbb{R}$ è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 + \mu x, & x \in [-5, -3], \\ x, & x \in (-3, 3), \\ 2 - 5\mu x, & x \in [3, 5]. \end{cases}$$

[4] Se non esiste uno dei numeri $\max A$ e $\min A$, è da indicare.

6. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

   a) $f(x) = \ln(5x^3 + 6\,\mathrm{sen}(4\pi x))$, $x_0 = 1$.

   b) $f(x) = 2x^{6x\ln(x)}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = (x-1)\,e^x$.

   a) Studiare il comportamento della f se $x \to \pm\infty$. In particolare, calcolare $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ se esistono.

   b) Calcolare $f'(x)$. Determinare i massimi e minimi della f.

   c) Calcolare $f''(x)$. Determinare gli intervalli di convessità e di concavità e i flessi della f.

   d) Tracciare il grafico della f.