Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2006/2007

Parziale n. 2, 13. 01. 2007, **VERSIONE A**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Scrivere la formula di Taylor per $f :]a,b[\mapsto I\!R$, n-volte derivabile, $x_0 \in]a,b[$. Inoltre, per $f(x) = \operatorname{arctg}(3x-4)$, $n=2$, $x_0=1$, calcolare il polinomio di Taylor.

2. Risolvere a) $\displaystyle\int \frac{4}{\sqrt[5]{7-5x}}\,dx$; b) $\displaystyle\int \sin(3-10y)\,dy$; c) $\displaystyle\int \frac{3t-8}{t^2-6t+8}\,dt$.

3. Sia $f \in C([a,b])$ una funzione nonnegativa, dove $a=-2$, $b=8$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizone di $[a,b]$ a 10 intervallini uguali. Inoltre, ennunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante integrazione per parti o sostituzioni):

a) $\displaystyle\int_0^{\pi/3} x\cos(3x)dx$; b)* $\displaystyle\int_{-3}^{-1} (x+3)\ln|x|\,dx$; c)* $\displaystyle\int \frac{1}{5+3\cos x}dx$.

5. Disegnare l'insieme Ω e calcolare la sua area, essendo Ω:

a) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{6-5x}}$, $x \in [-2/5, 1]$;

b) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = e^{-6x}$, $x \in [-\ln\sqrt[3]{5}, 0]$;

c)* il dominio delimitato dalla parabola $y=(x+2)^2$ e la retta $y=-3x-6$.

6. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri)

a) $\displaystyle\int_{3/2}^{2} \frac{4}{\sqrt[3]{2x-3}}dx$; b)* $\displaystyle\int_{-1/2}^{+\infty} (2x+1)e^{-2x}dx$.

7. * Scrivere la definizione di integrali generalizzati (impropri) del tipo $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} f(x)dx$. Enunnciare almeno un criterio per l'esistenza (nonesistenza). Inoltre, studiare se esistono (giustificando la risposta mediante un criterio)

i) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} \frac{(-2\operatorname{arctg} x)^{2005}}{1+x^2}dx$ [1] ii) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} \frac{(-2\operatorname{arctg} x)^{207}}{\sqrt[2005]{1+x^2}}dx$

[1] Facoltativo: Calcolare l'integrale esplicitamente.