Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2006/2007

Parziale n. 1, 21.11. 2006, **VERSIONE ..D.**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Trovare A, poi $\sup A$, $\inf A$ e $\max A$, $\min A$ (se esistono), dove
   a) $A = \{x \in I\!R: \ x^2 - 4x - 12 < 0\} \bigcup \{x \in I\!R: \ |x - 13| \leq 7\}$.
   b) $A = \{x \in I\!R: \ 5 < |x - 11| \leq 7\}$.

2. Scrivere la formula del binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{79}$. Trovare poi il coefficiente in fronte di y e y^2 del polinomio $(1 - 2y)^{79}$.

3. Studiare i limiti delle successioni.
   a) $a_n = \dfrac{7n+9}{10n}$ e dimostrare usando la definizione.
   b) $a_n = \dfrac{5\sqrt[3]{n}(2 - 3n^4) + n^{21/6}}{2001 + 3n^{13/3}}$.
   c) * $a_n = \dfrac{4^{n+1} + 20n^7 + 5}{4^n + 5n^7}$. Inoltre, studiare se la successione è monotona. Ennunciare un teorema notevole per successioni monotone.

4. Trovare i limiti:
   a) $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{4x^2 - 9x} + 2x)$;
   b) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{(x^2 + 7x + 10)\ln(11 + x)}{\sin(3x + 6) - 3^{x+2} + 1}$. Potete risolvere mediante due metodi.
   c)* $\lim\limits_{t \to 0} (\cos(6t))^{\operatorname{cotg}^2(5t)}$.

5. Sia $f(x) = \begin{cases} \mu x^2 + \lambda x & \text{se} \quad x \in [2, 3] \\ x & \text{se} \quad x \in [-1, 2[\\ \lambda x - 2 & \text{se} \quad x \in [-2, -1[\end{cases}$, essendo λ e μ parametri reali. Trovare tutte i λ e μ t.c. f è continua in $[-2, 3]$. Per tali λ e μ trovare l'immagine di f.

6. Trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove
   a) $f(x) = \ln(8x^2 + \cos(6\pi x))$, $x_0 = -1/2$;
   b) $f(x) = 2x^{7x}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = axb^x$, dove $a = -\ln 16$, $b = 4$.
   i) Studiare il comporatmento di f per $x \to \pm\infty$ (trovare $\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$).
   ii) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?
   iii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.
   iv) Tracciare il grafico.