Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2006/2007

Parziale n. 1, 21.11. 2006, **VERSIONE ..B.**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Trovare A, poi $\sup A$, $\inf A$ e $\max A$, $\min A$ (se esistono), dove
   a) $A = \{x \in I\!R :\ x^2 - 9x - 10 < 0\} \bigcup \{x \in I\!R :\ |x - 15| \le 5\}$.
   b) $A = \{x \in I\!R :\ 4 < |x - 7| \le 5\}$.

2. Scrivere la formula del binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{77}$. Trovare poi il coefficiente in fronte di z e z^2 del polinomio $(1 - 3z)^{77}$.

3. Studiare i limiti delle successioni.
   a) $a_n = \dfrac{9n - 5}{4n}$ e dimostrare usando la definizione.
   b) $a_n = \dfrac{3\sqrt[4]{n}(3 + n^4) - 11n^{25/6}}{2006 + 10n^{17/4}}$.
   c) * $a_n = \dfrac{4^{n+1} + 36n^5 + 3}{4^n + 9n^5}$. Inoltre, studiare se la successione è monotona. Ennunciare un teorema notevole per successioni monotone.

4. Trovare i limiti:
   a) $\lim\limits_{x\to-\infty} (\sqrt{9x^2 + x} + 3x)$;
   b) $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{3^{x+3} - 1 - \sin(3x + 9)}{(x^2 + 2x - 3)\ln(9 + x)}$. Potete risolvere mediante due metodi.
   c)* $\lim\limits_{t\to 0} (\cos(4t))^{\operatorname{cotg}^2(3t)}$.

5. Sia $f(x) = \begin{cases} \mu x^2 + \lambda x & \text{se} \quad x \in [1, 2] \\ -x & \text{se} \quad x \in]-2, 1[\\ \mu x + 4 & \text{se} \quad x \in [-3, -2] \end{cases}$, essendo λ e μ parametri reali. Trovare tutte i λ e μ t.c. f è continua in $[-3, 2]$. Per tali λ e μ trovare l'immagine di f.

6. Trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove
   a) $f(x) = \ln(9x^2 - 3\sin(9\pi x))$, $x_0 = -1/3$;
   b) $f(x) = 5x^{2x}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = axb^x$, dove $a = \ln 9$, $b = 3$.
   i) Studiare il comportamento di f per $x \to \pm\infty$ (trovare $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$).
   ii) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?
   iii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.
   iv) Tracciare il grafico.