Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2006/2007

Parziale n. 1, 21.11. 2006, **VERSIONE ..A.**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Trovare A, poi $\sup A$, $\inf A$ e $\max A$, $\min A$ (se esistono), dove
   a) $A = \{x \in I\!R : \ x^2 - 7x - 8 \leq 0\} \bigcup \{x \in I\!R : \ |x - 17| < 9\}$.
   b) $A = \{x \in I\!R : \ 3 \leq |x - 4| < 5\}$.

2. Scrivere la formula del binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{73}$. Trovare poi il coefficiente in fronte di z e z^2 del polinomio $(1 - 2z)^{73}$.

3. Studiare i limiti delle successioni.
   a) $a_n = \dfrac{3n - 7}{5n}$ e dimostrare usando la definizione.
   b) $a_n = \dfrac{3\sqrt[3]{n}(1 + n^4) - 7n^{25/6}}{2006 + 12n^{13/3}}$.
   c) * $a_n = \dfrac{9^{n+1} + 36n^4 - 5}{9^n + 4n^4}$. Inoltre, studiare se la successione è monotona. Ennunciare un teorema notevole per successioni monotone.

4. Trovare i limiti:
   a) $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{4x^2 + 9x} + 2x)$;
   b) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2^{x+2} - 1 + \sin(3x + 6)}{(x^2 + 3x + 2)\ln(6 + x)}$. Potete risolvere mediante due metodi.
   c)* $\lim\limits_{t \to 0} (\cos(8t))^{\operatorname{cotg}^2(3t)}$.

5. Sia $f(x) = \begin{cases} \mu x^2 + \lambda x & \text{se} \quad x \in [1, 2] \\ x & \text{se} \quad x \in [-2, 1[\\ \mu x - 4 & \text{se} \quad x \in [-3, -2[\end{cases}$, essendo λ e μ parametri reali. Trovare tutte i λ e μ t.c. f è continua in $[-3, 2]$. Per tali λ e μ trovare l'immagine di f.

6. Trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove
   a) $f(x) = \ln(12x^2 + 2\cos(10\pi x))$, $x_0 = -1/2$;
   b) $f(x) = 7x^{3x}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = axb^{-x}$, dove $a = \ln 25$, $b = 5$.
   i) Studiare il comportamento di f per $x \to \pm\infty$ (trovare $\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$).
   ii) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?
   iii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.
   iv) Tracciare il grafico.