

Fondamenti di Fisica Matematica: Primo Parziale
23.11.2012

Cognome e nome: Matricola:

es.1	es.2	es.3	somma
6	12	12	30

1. Risolvere, mediante il metodo di D'Alembert, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} 2u_{xt} = -14u_{xx} + u_{tt}, & -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \sin(2x), \\ u_t(x, 0) = \cos(2x). \end{cases}$$

2. Calcolare lo spettro del seguente problema di Sturm-Liouville:

$$\begin{cases} y'' + 8y' + (\lambda + 65)y = 0, & 0 \leq x \leq 4, \\ y(4) = -2y'(4), \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

determinando il peso rispetto a quale sono ortogonali le autofunzioni.

3. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 4u_x + 4u - 1, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = \frac{1}{4}, \\ u_x(2\pi, t) + 2u(2\pi, t) = \frac{1}{2}, \\ u(x, 0) = \frac{1}{4} + 3e^{-2x} \cos\left(\frac{11}{4}x\right), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$