

Fondamenti di Fisica Matematica: Primo parziale
07.11.2014

Cognome e nome: Matricola:

es.1	es.2	es.3	somma
6	12	12	30

1. Risolvere, mediante il metodo di D'Alembert, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} 18u_{xt} = u_{xx} + 17u_{tt}, & -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \sin(x), \\ u_t(x, 0) = 1 + \cos(x). \end{cases}$$

2. Calcolare lo spettro del seguente problema di Sturm-Liouville:

$$\begin{cases} y'' + 6y' + (\lambda + 9)y = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \\ y(0) = 0, \\ 2y(\pi) = y'(\pi), \end{cases}$$

determinando il peso rispetto a quale sono ortogonali le autofunzioni.

3. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = 2u_{xx} + 4u_x + 2u + 2x + 2, & 0 \leq x \leq 2, t \geq 0, \\ u(0, t) = 1, \\ u_x(2, t) = u(2, t), \\ u(x, 0) = 1 - x + 5 \cos\left(\frac{7}{4}x\right) - 3 \cos\left(\frac{1}{4}\pi x\right), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$