

Esercizi

1. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 6u_x + 34u, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u_x(0, t) = 0, \\ u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = x \sin(x). \end{cases}$$

2. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 6u_x + 13u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = e^{-3x} \sin(8x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = 3u_{xx} + 6u_x + 3u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(\pi, t) + u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 2e^{-x} \cos(\frac{7}{2}x). \end{cases}$$

4. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema

differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 6u_x + 9u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(\pi, t) + u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = u_0(x). \end{cases}$$

5. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 6u_x + 9u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(\pi, t) + u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = u_0(x). \end{cases}$$

6. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 4u_x + 4u, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(2\pi, t) + 2u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 3e^{-2x} \cos\left(\frac{3}{4}x\right), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

7. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 2u_x + u, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(2\pi, t) + u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 5e^{-x} \cos\left(\frac{9}{4}x\right). \end{cases}$$

8. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 6u_x + 9u, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(2\pi, t) - 3u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 2e^{3x} \sin\left(\frac{11}{4}x\right). \end{cases}$$

9. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 4u_x + 4u, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(2\pi, t) + 2u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 5e^{-2x} \cos(\frac{3}{4}x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

10. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 6u_x + 13u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = e^{3x} \sin(7x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

11. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} + 4u_x + 2u, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(2\pi, t) + u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 5e^{-x} \sin(\frac{9}{4}x) - 3e^{-x} \sin(\frac{7}{4}x). \end{cases}$$

12. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 4u_x + 4u - 1, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = \frac{1}{4}, \\ u_x(2\pi, t) + 2u(2\pi, t) = \frac{1}{2}, \\ u(x, 0) = \frac{1}{4} + 3e^{-2x} \cos(\frac{11}{4}x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

13. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 4u_x + 29u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u(\pi, t) = u_x(\pi, t), \\ u(x, 0) = (\pi - x) \sin(x). \end{cases}$$

14. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = 3u_{xx} + 6u_x - 4u_t + 3u, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(\frac{\pi}{2}, t) + u(\frac{\pi}{2}, t) = 0, \\ u(x, 0) = e^{-x} \cos(\frac{3}{2}x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

15. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = 3u_{xx} + 6u_x + 3u - 6 \cos(x), & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u_x(\pi, t) + u(\pi, t) = -1, \\ u(x, 0) = 2e^{-x} \cos(\frac{7}{2}x) + \sin(x). \end{cases}$$

16. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} - 4u_x + 2u + 2x - 6, & 0 \leq x \leq 1, t \geq 0, \\ u_x(0, t) - u(0, t) = -2, \\ u(1, t) = 0, \\ u(x, 0) = 1 + e^x - x. \end{cases}$$

17. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema

differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = 2u_{xx} + 4u_x + 2u + 2x + 2, & 0 \leq x \leq 2, t \geq 0, \\ u(0, t) = 1, \\ u_x(2, t) = u(2, t), \\ u(x, 0) = 1 - x + 5 \cos\left(\frac{7}{4}x\right) - 3 \cos\left(\frac{1}{4}\pi x\right), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

18. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 4u_x + 4u - x - 2 + 2\pi, & 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = -\frac{1}{2}\pi + \frac{1}{4}, \\ u(2\pi, t) = u_x(2\pi, t), \\ u(x, 0) = u_0(x), \end{cases}$$

dove $u_0 \in C^1[0, 2\pi]$.