

Calcolo Scientifico e Matematica Applicata

Scritto Generale, 29.01.2018

Valutazione degli esercizi: 1 \mapsto 4, 2 \mapsto 10, 3 \mapsto 8, 4 \mapsto 8.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} - 6u_{xt} + 5u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 2x - 1, \quad u_t(x, 0) = 3x^2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 8u_x + 12u + x + 2, & 0 \leq x \leq 4, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = -1, \quad u(4, t) = 11, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (3x + 1)u_x - 4t u_t - (1 + x^2)u + x^2 \sin^2(2x), \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq x \leq 5, \quad 0 \leq t \leq 2, \\ u(-1, t) = f_1(t), \quad u(5, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x + 2, \quad u_t(x, 0) = x^2 \cos^2(x). \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

4. Illustrare la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_t = [(1 + x^2)u_x]_x - (1 + \sin^4(x))u + f(x), & 0 \leq x \leq 5, \\ u(0, t) = u(5, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema.