



- b. Indicati con  $\varphi$  la box spline che assume il valore 1 nel punto nodale  $(3, 4)$  e zero negli altri punti nodali e con  $\psi$  la box spline che assume il valore 1 nel punto nodale  $(3 - \frac{1}{2}h, 4 + h)$  e zero negli altri, illustrare il procedimento per il calcolo del seguente integrale

$$I = \iint_T \varphi \psi \, dx dy,$$

essendo  $T$  il triangolo di vertici

$$\left\{ \left( 3 - \frac{1}{2}h, 4 + h \right), (3, 4), \left( 3 + \frac{1}{2}h, 4 + \frac{1}{4}h \right) \right\}.$$

Utilizzare il triangolo di riferimento.

**Calcolo Scientifico e Matematica Applicata**  
Scritto Generale, 28.06.2019, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi:  $1 \mapsto 4$ ,  $2 \mapsto 10$ ,  $3 \mapsto 8$ ,  $5 \mapsto 8$ .

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} + 18u_{xt} + 65u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = x^2 + 7, \quad u_t(x, 0) = 5x - 2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 2u_x + u + 4x - 1, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = -7, \quad u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (2x^2 + 5)u_x - 4u_t - (3 - x)^2u + \sin^2(2x + 1), \\ \qquad \qquad \qquad -2 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq t \leq 10, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(3, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = 5x^2 + 2, \quad u_t(x, 0) = x + 11. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(1 + x + y)u_{xx} - (1 + x + y)u_{yy} + (1 + 3e^{-2(x+y)})u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq 2\pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, 2\pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali della matrice del sistema e l'errore di calcolo numerico.