

Calcolo Scientifico e Matematica Applicata

Scritto Generale, 30.04.2018, Ingegneria **Ambientale**, fuori corso

Valutazione degli esercizi: $1 \mapsto 4$, $2 \mapsto 10$, $3 \mapsto 8$, $4 \mapsto 8$.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema a valori iniziali:

$$\begin{cases} u_{tt} - 12u_{xt} + 35u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = x^2 + 4, \quad u_t(x, 0) = 5x + 2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 6u_x + 8u + 2x + 1, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^4 + 1)u_x - (3 + x^2)u + x^2 \cos^2(3x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq t \leq 10, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(\pi, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x + 2, \quad u_t(x, 0) = x^2. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

4. Illustrare, mediante il metodo degli elementi finiti, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = [(1 + x^2)u_x]_x - (1 + \cos^2(x))u + f(x), & 0 \leq x \leq 2\pi, \\ u(0, t) = u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema che sono pertinenti alla sua risolubilità unica.

