

Calcolo Scientifico e Matematica Applicata
Scritto Generale, 25.06.2018, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi: $1 \mapsto 4$, $2 \mapsto 10$, $3 \mapsto 8$, $5 \mapsto 8$.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} + 12u_{xt} + 32u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 2x^2 + 3x, \quad u_t(x, 0) = 3x + 1. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 8u_x + 12u + 2x - 3, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = \frac{77}{36}, \quad u(\pi, t) = -\frac{1}{6}\pi + \frac{5}{36} + 4e^{2\pi}, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (2x^3 + 1)u_x - 2xu_t - (1+x)^2u + x^2 \cos^2(5x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(4, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = 3x + 2, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 7. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile. Discutere l'errore di approssimazione.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema debolmente non lineare

$$\begin{cases} -u_{xx} - u_{yy} - (x+y)^2[u_x + u_y] + (2u - \sin(u))^3 = x^2y^2, \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 6, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, 6) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(2, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere come iniziare l'iterazione.