



**Calcolo Scientifico e Matematica Applicata**  
Scritto Generale, 19.02.2018, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi:  $1 \mapsto 4$ ,  $2 \mapsto 10$ ,  $3 \mapsto 8$ ,  $5 \mapsto 8$ .

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} - 16u_{xt} + 39u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = x^2 + 1, \quad u_t(x, 0) = x + 2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 4u_x + 4u + 2x + 1, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 8\pi, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x + 1)u_x - 2u_t - (1 + x)^2u + x^2 \cos^2(4x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(4, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x + 2, \quad u_t(x, 0) = x^2. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(1+x^2+y^2)u_{xx} - (1+x^2+y^2)u_{yy} + (1+\sin^2(x+y))u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq 2\pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, 2\pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali della matrice del sistema.