

**Calcolo Scientifico e Matematica Applicata**  
Scritto Generale, 15.07.2019, Ingegneria **Ambientale**

Valutazione degli esercizi: 1  $\mapsto$  4, 2  $\mapsto$  10, 3  $\mapsto$  8, 4  $\mapsto$  8.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} - 17u_{xt} + 52u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = x^2 + 3 \cos(x), \quad u_t(x, 0) = 5x + \sin(x). \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 6u_x + 25u + x - 2, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{8}, t \geq 0, \\ u(0, t) = u(\frac{\pi}{8}, t) = 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

3. Illustrare la risoluzione numerica del seguente problema debolmente non lineare:

$$u_{xx} + (2 - e^{-x^2})u_x - (\sin(u) - u)^5 = x^2 + 1, \quad 0 \leq x \leq 4,$$

$$u(0) = f_1, \quad u(4) = f_2.$$

Discutere le condizioni sul passo affinché l'iterazione sia convergente.

4. Illustrare, mediante il metodo degli elementi finiti, la risoluzione numerica del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = [(3 - e^{-x^2})u_x]_x - (5 + 2x^2)u + f(x), & 0 \leq x \leq \pi, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema.

