

## Esercizi

7a. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 4x \frac{\partial u}{\partial x} + 4y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [2 + \cos(x - y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 3) \times (-1, 1)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7b. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 2x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [2 + \sin(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 2) \times (-1, 3)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7c. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 6x \frac{\partial u}{\partial x} + 4y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [3 + \cos(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 4) \times (-1, 2)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7d. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 2x \frac{\partial u}{\partial x} + 4y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [2 + \sin(x - y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 3) \times (-1, 4)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7e. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 2x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [2 + \sin(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 2) \times (-1, 4)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7f. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 4x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [1 + \sin^2(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 3) \times (-1, 5)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7g. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 6x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [3 + \cos(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 3) \times (-1, 2)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7h. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 4x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [2 + \cos(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 4) \times (-1, 5)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7i. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 2x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [1 + \sin^2(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 2) \times (-1, 6)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7j. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 8x \frac{\partial u}{\partial x} + 8y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [3 + \cos(x + y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 1) \times (-1, 4)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

7k. Risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\nabla^2 u + 2x \frac{\partial u}{\partial x} + 4y^3 \frac{\partial u}{\partial y} - [1 + \sin^2(x - y)]u = f(x, y),$$

nel dominio  $\Omega = (0, 2) \times (-1, 5)$ , supponendo noti i valori di  $u(x, y)$  sulla frontiera di  $\Omega$ . Utilizzare il metodo degli elementi finiti.

8a. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (x^2 \frac{\partial u}{\partial x}) - (2 + x^2)u, \\ u(1, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

8b. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (x^4 \frac{\partial u}{\partial x}) - (2 + x^3)u, \\ u(1, t) = u(3, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

8c. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} ([1 + x^2] \frac{\partial u}{\partial x}) - (2 - \cos 4x)u, \\ u(0, t) = u(6, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

8d. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} ([3 - x]^2 \frac{\partial u}{\partial x}) - (1 + x^2)u, \\ u(0, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

8e. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} ([2-x]^2 \frac{\partial u}{\partial x}) - (2+x^2)u, \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

8f. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} ([1+x]^2 \frac{\partial u}{\partial x}) - (1+3x^2)u, \\ u(0, t) = u(4, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

9a. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (x^2 \frac{\partial u}{\partial x}) - (2+x^2)u, \\ u(1, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \\ u_t(x, 0) = h(x). \end{cases}$$

9b. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} ([1+x^2] \frac{\partial u}{\partial x}) - (2 - \sin x)u, \\ u(0, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \\ u_t(x, 0) = h(x). \end{cases}$$

9c. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (x^2 \frac{\partial u}{\partial x}) - (2 + \sin x)^2 u, \\ u(1, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \\ u_t(x, 0) = h(x). \end{cases}$$

9d. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) - (1 + \cos^2 x)u, \\ u(1, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \\ u_t(x, 0) = h(x). \end{cases}$$

9e. Risolvere, utilizzando il metodo degli elementi finiti, l'equazione alle derivate parziali

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) - (1 + \sin^2 x)u, \\ u(1, t) = u(2, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \\ u_t(x, 0) = h(x). \end{cases}$$