

Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4¹

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 6y' + 9y = 2 \sin(3x).$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = 2x\sqrt{1 - y^2}.$$

3. Calcolare il minimo (relativo) della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2$ sotto il vincolo $2x + 4y = 1$.

4. Dimostrare, mediante il teorema del Dini, che la seguente equazione

$$F(x, y, z) = x - 2y + \ln |yz| = 0$$

definisce una funzione $z = f(x, y)$ di classe C^1 in un intorno del punto $(2, 1, -1)$. Determinare il piano tangente alla superficie $\{(x, y, z) : F(x, y, z) = 0\}$ in questo punto.

5. Calcolare l'area della superficie conica di equazione $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

6. Calcolare $\iint_S (\mathbf{F}, \nu) d\sigma$ se $\mathbf{F} = (x^3, y^3, z^3)$ e S è la superficie dell'ellissoide di equazione $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$. Si consiglia applicare il Teorema della Divergenza.

7. Calcolare la lunghezza della curva di equazione

$$\varphi(t) = (\sin(t), \cos(t), \frac{1}{2}[e^t + e^{-t}]), \quad 0 \leq t \leq \ln(2).$$

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.