

Scritto Generale  
del Corso di Analisi Matematica 4<sup>1</sup>

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y^{(6)} + 26y^{(3)} - 27y = 0.$$

2. Consideriamo la funzione periodica  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di periodo  $T$  tale che  $f(x) = x^2$  per  $0 \leq x < T/2$  e  $f(x) = -x^2$  per  $-T/2 \leq x < 0$ .

- Calcolare i suoi coefficienti di Fourier.
- Calcolare la sua somma per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . È uniformemente convergente la serie di Fourier? Spiegare la risposta.
- È permessa l'integrazione termine a termine? Spiegare la risposta.

3. Calcolare il minimo della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

sotto il vincolo  $2x + 3y + 5z = 11$ .

4. Dimostrare, mediante il teorema del Dini, che la seguente equazione

$$F(x, y, z) = y + 2x + \ln |xz| = 0$$

definisce una funzione  $z = f(x, y)$  di classe  $C^1$  in un intorno del punto  $(-1, 2, 1)$ . Determinare il piano tangente alla superficie  $\{(x, y, z) : F(x, y, z) = 0\}$  in questo punto.

5. Calcolare l'area della porzione del piano di equazione  $2x + 3y + z = 6$  interna al cilindro di equazione  $x^2 + y^2 = 9$ .

6. Calcolare l'integrale di superficie  $\iint_S (\vec{F}, \nu) d\sigma$ , dove  $\vec{F} = (y^2, z^2, x^2)$  e  $S$  è la porzione della paraboloida  $z = 16 - x^2 - y^2$  che si trova sopra il piano  $z = 0$ . Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

7. Calcolare la lunghezza della curva

$$\varphi(t) = (-3t, 2t\sqrt{2t}), \quad 1 \leq t \leq 2.$$

**Punteggio massimo:** 5 pt. per gli esercizi 2, 4 e 6, 4 pt. per gli esercizi 1, 3 e 5, e tre pt. per l'esercizio 7.

---

<sup>1</sup>17.11.2007.