

Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4¹

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 6y' + 5y = 2e^x.$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = 4x(y + y^2).$$

3. Calcolare il minimo (relativo) della funzione $f(x, y) = x^2 + 9y^2$ sotto il vincolo $x + 3y = 1$ e interpretare il risultato geometricamente.

4. Consideriamo i punti $(1, 0)$, $(0, 0)$ e $(2, 2)$ della curva di equazione $F(x, y) = 0$, dove

$$F(x, y) = y^2 - xy.$$

Applicare il teorema delle funzioni implicite per scoprire quali dei tre punti hanno un intorno nel quale si può esprimere $y = f(x)$ con f di classe C^1 .

5. Calcolare l'area della superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e sopra il piano xy .
6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\text{rot } \vec{F}, \nu) d\sigma$, dove $\vec{F} = (x, z, y)$ e S è la porzione della paraboloida $z = 9 - x^2 - y^2$ che si trova sopra il piano $z = 0$. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.
7. Calcolare la lunghezza della curva di equazione $\varphi(t) = (\cos(3t), \sin(3t), 4t)$, $0 \leq t \leq \pi$.

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.

¹24.09.2004