

Scritto Generale  
del Corso di Analisi Matematica 4<sup>1</sup>

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y^{(6)} + 7y^{(3)} - 8y = 0.$$

- 2A. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = \pi(1 + 2x)(1 + y^2),$$

scrivendo le soluzioni nella forma  $y = y(x)$ . Determinare la soluzione sotto la condizione iniziale  $y(1) = \pi$ .

- 2B. Consideriamo la funzione periodica  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di periodo  $T$  tale che  $f(x) = x^2$  per  $-T/2 \leq x < T/2$ .

- a. Calcolare i suoi coefficienti di Fourier.
  - b. Calcolare la sua somma per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . È uniformemente convergente la serie di Fourier? Spiegare la risposta.
  - c. È permessa la derivazione termine a termine? Spiegare la risposta.
3. Calcolare il minimo assoluto e il massimo assoluto della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

nel dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 \leq 25\}.$$

4. Consideriamo la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da

$$f(x, y) = (u(x, y), v(x, y)) = (x^2 - y^2, 2xy).$$

Per quali punti  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$  esiste un intorno in cui si può definire la funzione inversa  $f^{-1}$ ? Spiegare perchè vale il risultato.

---

<sup>1</sup>18.06.2007. Chi ha sostenuto il corso di analisi matematica 3 secondo il programma dell'AA 2003-2004, farà l'esercizio 2A. Chi l'ha sostenuto secondo i programmi degli AA 2004-2007, farà l'esercizio 2B.

5. Calcolare l'area della porzione dell'iperboloide di equazione  $z = 2xy$  per  $(x, y)$  che soddisfano  $0 \leq x \leq y \leq x\sqrt{3}$  e  $x^2 + y^2 \leq 16$ .
6. Calcolare l'integrale di superficie  $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{F}, \nu) d\sigma$ , dove

$$\vec{F} = (y, z, x)$$

e  $S$  è la parte della frontiera del cubo  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$  che non cade nel piano  $xy$ . Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

7. Calcolare la lunghezza della curva

$$\varphi(t) = (-2t\sqrt{2t}, 3t\sin(t), 3t\cos(t)), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

**Punteggio massimo:** 5 pt. per gli esercizi 2, 4 e 6, 4 pt. per gli esercizi 1, 3 e 5, e tre pt. per l'esercizio 7.