

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2008/2009  
Scritto Generale, 6 Febbraio 2009

Cognome e nome: ..... Matricola: .....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

a)  $a_n = \frac{7n - 2n^5}{9n^5}$ , utilizzando la definizione del limite.

b)  $a_n = \frac{5n^3 \log(n+1) - 12n}{3n + 4n^3 \log(n+1)}$ .

2. Calcolare i seguenti limiti:

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 13} - x - 2)$ ;    ii)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x+2} - 1 + \operatorname{tg}(3x + 6)}{x^2 - 8x - 20}$ .

3. Calcolare  $f'(x)$  e determinare l'equazione della retta tangente nel punto  $(x_0, f(x_0))$ .

a)  $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x)$ ,  $x_0 = 0$ ;

b)  $f(x) = x \log^2(x)$ ,  $x_0 = 1$ .

4. Sia  $f(x) = x^2(x + 2)^3$ .

a) Determinare i massimi e minimi della  $f$ . Determinare dove la  $f$  è crescente e dove è decrescente.

b) Determinare i punti di flesso della  $f$ . Determinare dove la  $f$  è convessa e dove è concava.

c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della  $f$ .

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{4}{x^2 - 4x + 3} dx, \quad ii) \int \operatorname{tg}^2(x) dx, \quad iii) \int \frac{2x}{x^2 + 2} dx.$$

6. Sia  $f : [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_{-1/2}^0 \frac{4}{\sqrt[3]{2x+1}} dx; \quad ii) \int_0^{\infty} x e^{-3x} dx.$$