

Cognome e nome: Matricola:

1. Scrivere la formula di Taylor per $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$, n -volte derivabile, $x_0 \in]a, b[$. Inoltre, per $f(x) = \arctg(5x - 6)$, $n = 2$, $x_0 = 1$, calcolare il polinomio di Taylor.

2. Risolvere a) $\int \frac{5}{\sqrt[6]{7-6x}} dx$; b) $\int \sin(5-8y) dy$; c) $\int \frac{3t+8}{t^2+6t+8} dt$.

3. Sia $f \in C([a, b])$ una funzione nonnegativa, dove $a = -1$, $b = 9$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizione di $[a, b]$ a 10 intervallini uguali. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante integrazione per parti o sostituzioni):

a) $\int_0^{\pi/4} (x-6) \cos(4x) dx$; b)* $\int_{-2}^{-1} (x+2) \ln|x| dx$; c)* $\int \frac{1}{-5+4 \cos x} dx$.

5. Disegnare l'insieme Ω e calcolare la sua area, essendo Ω :

a) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{7-3x}}$, $x \in [-1/3, 2]$;

b) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = e^{-4x}$, $x \in [-\ln \sqrt{3}, 0]$;

c)* il dominio delimitato dalla parabola $y = (x+3)^2$ e la retta $y = -2x - 6$.

6. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri)

a) $\int_{5/2}^3 \frac{4}{\sqrt[3]{2x-5}} dx$; b)* $\int_{-3/2}^{+\infty} (2x+3)e^{-2x} dx$.

7.* Scrivere la definizione di integrali generalizzati (impropri) del tipo $\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} f(x) dx$. Enunciare almeno un criterio per l'esistenza (nonesistenza). Inoltre, studiare se esistono (giustificando la risposta mediante un criterio)

i) $\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} \frac{(-3 \arctg x)^{2007}}{1+x^2} dx$ ¹ ii) $\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} \frac{(-3 \arctg x)^{201}}{\sqrt[2007]{1+x^2}} dx$

¹Facoltativo: Calcolare l'integrale esplicitamente.