

Cognome e nome: Matricola:

1. Trovare A , poi $\sup A$, $\inf A$ e $\max A$, $\min A$ (se esistono), dove

a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x - 14 < 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 16| \leq 9\}$.

b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 4 \leq |x - 9| < 6\}$.

2. Scrivere la formula del binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{71}$. Trovare poi il coefficiente in fronte di y e y^2 del polinomio $(1 - 3y)^{71}$.

3. Studiare i limiti delle successioni.

a) $a_n = \frac{6n - 11}{5n}$ e dimostrare usando la definizione.

b) $a_n = \frac{\sqrt[4]{n}(2 - 3n^4) + n^{21/5}}{2006 + 5n^{17/4}}$.

c) * $a_n = \frac{9^{n+1} + 27n^6 - 8}{9^n + 3n^6}$. Inoltre, studiare se la successione è monotona. Enunciare un teorema notevole per successioni monotone.

4. Trovare i limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - 7x + 3x})$;

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + x - 6) \ln(11 + x)}{\sin(3x + 9) - 2^{x+3} + 1}$. Potete risolvere mediante due metodi.

c)* $\lim_{t \rightarrow 0} (\cos(4t))^{\cotg^2(7t)}$.

5. Sia $f(x) = \begin{cases} \mu x^2 + \lambda x & \text{se } x \in [2, 3] \\ -x & \text{se } x \in]-1, 2[\\ \mu x + 2 & \text{se } x \in [-2, -1] \end{cases}$, essendo λ e μ parametri reali. Trovare tutte i λ e μ

t.c. f è continua in $[-2, 3]$. Per tali λ e μ trovare l'immagine di f .

6. Trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

a) $f(x) = \ln(4x^2 - 3 \sin(6\pi x))$, $x_0 = -1/2$;

b) $f(x) = 2x^{5x}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = axb^{-x}$, dove $a = \ln 9$, $b = 3$.

i) Studiare il comportamento di f per $x \rightarrow \pm\infty$ (trovare $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$).

ii) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?

iii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.

iv) Tracciare il grafico.